Jean-Marie Dufour
8 mars 2005

Université de Montréal
ECN 6238
Économétrie des séries chronologiques
Examen intra-semestriel

Aucune documentation permise
Calculatrice permise
Durée : 3 heures

20 points 1. Répondez par VRAI, FAUX ou INCERTAIN à chacune des assertions suivantes, et justifiez brièvement votre réponse. (Maximum : une page par assertion.)

(1) Tout processus stationnaire au sens strict est dans L_2.

(2) Tout processus stationnaire au sens strict est aussi stationnaire du second ordre.

(3) Tout processus stationnaire d'ordre 3 est aussi stationnaire d'ordre 2.

(4) Tout processus asymptotiquement stationnaire d'ordre 3 est aussi asymptotiquement stationnaire d'ordre 2.

(5) Un bruit blanc est un processus stationnaire d'ordre 4.

20 points 2. Soit la fonction $\gamma : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$ définie par

$$
\begin{aligned}
\gamma(k) &= 1 \ , \quad \text{si } k = 0 \\
&= \rho \ , \quad \text{si } |k| = 1 \\
&= 0 \ , \quad \text{autrement.}
\end{aligned}
$$

Montrez que cette fonction est une fonction d'autocovariance si et seulement si $|\rho| \leq 0.5$.

40 points 3. Considérez le processus suivants, où $\{u_t : t \in \mathbb{Z}\}$ est un bruit blanc $i.i.d.$ $N(0,1)$:

$$X_t = 10 + 0.7\, X_{t-1} - 0.2\, X_{t-2} + u_t$$

Répondez aux questions suivantes :

(a) Ce processus est-il stationnaire ? Pourquoi ?

(b) Ce processus est-il inversible ? Pourquoi ?

(c) Calculez

i) $E(X_t)$;

ii) $\gamma(k)\,,\ k = 1,\, 2,\, \ldots\,,\, 8$;

iii) $\rho(k)\,,\ k = 1,\, 2,\, \ldots\,,\, 8$.

(d) Graphez $\rho(k)$.

(e) Quels sont les coefficients de $u_t,\, u_{t-1},\, u_{t-2},\, u_{t-3}$ et u_{t-4} dans la représentation moyenne mobile de X_t.

(f) Trouvez la fonction génératrice des autocovariances de X_t.

(g) Graphez la densité spectrale de X_t.

(h) Calculez les quatre premières autocorrélations partielles de X_t.

20 points 4. Soit $X_1,\, X_2,\, \ldots\,,\, X_T$ une série chronologique.

(a) Définissez :

i. les autocorrélations échantillonnales de cette série ;

ii. les autocorrélations partielles échantillonnales de cette série.

(b) Discutez les distributions asymptotiques de ces deux ensembles d'autocorrélations sous l'hypothèse où $X_1,\, X_2,\, \ldots\,,\, X_T$ sont indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.).

(c) On vous demande de tester l'hypothèse que $X_1,\, X_2,\, \ldots\,,\, X_T$ sont i.i.d.

i. Décrivez une procédure exacte à borne (qui ne requiert une simulation) pour ce faire.

ii. Décrivez une procédure exacte qui ne requiert une borne.