Tests de causalité *

Jean-Marie Dufour †
Université de Montréal

Première version: Octobre 2000
Révisions: Avril 2002
Cette version: 15 avril 2002
Compilé: 15 avril 2002, 10:16am

* Cette recherche a bénéficié du support financier de la Chaire de recherche du Canada en économétrie, du Conseil des Arts du Canada (Bourse Killam), du Conseil de recherche en sciences humaines du Canada, du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada, du Réseau canadien de centres d'excellence (projet MITACS) et du Fonds FCAR du Québec.

† L'auteur est titulaire de la Chaire de recherche du Canada en économétrie. Centre interuniversitaire de recherche en analyse des organisations (CIRANO), Centre de recherche et développement en économique (C.R.D.E.), et Département de sciences économiques, Université de Montréal. Adresse postale: Département de sciences économiques, Université de Montréal, C.P. 6128 succursale Centre Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7. TEL: (514) 343 2400; FAX: (514) 343 5831; courriel: jean.marie.dufour@umontreal.ca. Page Web: http://www.fas.umontreal.ca/SCECO/Dufour .

Table des matières

1. Tests de Granger

Supposons que $P\left(X_t \mid \bar{X}_{t-1}, \bar{Y}_{t-1}\right)$ est linéaire ou limitons-nous à la causalité linéaire. Si le processus a une représentation autorégressive,

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \,. \tag{1.1}$$

Nous voulons tester que

$$Y \text{ ne cause pas } X$$

en testant l'hypothèse

$$H_0 : \beta_i = 0,\ i = 1,\ 2,\ \ldots\ . \tag{1.2}$$

En pratique, on doit tronquer le modèle,

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{n_2} \beta_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \tag{1.3}$$

et tester l'hypothèse

$$\overline{H}_0 : \beta_i = 0,\ i = 1, ..., n_2 \tag{1.4}$$

au moyen d'un test de Fisher.

Si X_t et Y_t suivent des tendances linéaires, il est recommandable d'ajouter une variable de tendance (et, dans certains cas, des variables binaires saisonnières) :

$$X_t = \alpha_0 + \gamma t + \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{n_2} \beta_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \,; \tag{1.5}$$

voir Sargent (1976) et Mehra (1977).

2. Test de Haugh-Pierce

Le test de Haugh-Pierce [Haugh (1976), Pierce (1977)] permet de tester l'indépendance entre deux séries chronologiques. Supposons que X_t et Y_t peuvent être décrits comme des processus ARIMA *inversibles* :

$$\varphi_{p_1}(B)\,(1-B)^{d_1}\,X_t \;=\; \theta_{q_1}(B)\,u_t\,, \tag{2.1}$$

$$\varphi_{p_2}(B)\,(1-B)^{d_2}\,Y_t \;=\; \theta_{q_2}(B)\,v_t\,. \tag{2.2}$$

Après avoir estimé les deux modèles, on obtient les résidus :

$$\{\hat{u}_t : t = 1, \ldots, n\} ,$$
$$\{\hat{v}_t : t = 1, \ldots, n\} .$$

On a vu que la causalité peut être caractérisée au moyen de $\rho_{uv}(k)$.

Les autocorrélations $\rho_{uv}(k)$ peuvent être estimées par :

$$r_{uv}(k) = \left(\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t \hat{v}_{t+k}\right) / \left[\left(\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2\right)\left(\sum_{t=1}^{n} \hat{v}_t^2\right)\right]^{1/2} . \tag{2.3}$$

Si X_t et Y_t sont indépendants, prenons $N_1 < N_2$ et considérons le vecteur d'autocorrélations croisées

$$r \equiv [r_{uv}(N_1), ..., r_{uv}(N_2)]' . \tag{2.4}$$

Alors, si n est grand,

$$\sqrt{n}\, r \sim N[0, I_{N_2 - N_1 + 1}] . \tag{2.5}$$

Sous H_0 (les processus X et Y sont indépendants),

$$U = n \sum_{k=N_1}^{N_2} r_{uv}(k)^2 \sim \chi^2(N_2 - N_1 + 1) .$$

En examinant les $r_{uv}(k)$, on peut analyser la direction de la causalité.

2.1 Remarque Lorsque X et Y sont non-indépendants, les $r_{uv}(k)$ ne sont plus indépendants et leurs écart-types ne sont plus $1/\sqrt{n}$ [problème de Durbin (1970)].

3. Méthode de Sims

Sims (1972) a proposé une méthode basée sur la caractérisation de la non-causalité en termes d'une régression bilatérale :

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{k=n_1}^{n_2} \beta_k X_{t-k} + \eta_{Y_t} . \tag{3.1}$$

Alors Y ne cause pas X ssi

$$H_0 : \beta_k = 0 , \ k < 0 . \tag{3.2}$$

Si on désire tester que X cause Y, on peut considérer la régression :

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{k=-n_1}^{n_2} \beta_k Y_{t-k} + \eta_{Xt}. \tag{3.3}$$

Souvent on ajoute une variable de tendance et des variables binaires saisonnières.

En général, les erreurs η_t sont autocorrélées, ce qui fait que le test F n'est pas asymptotiquement valide. Pour traiter cette difficulté, Sims (1972) a proposé de pré-filtrer les séries avec $(1 - 0.75B)^2$ ce qui devrait réduire l'autocorrélation (solution très discutable). Une autre solution consisterait à appliquer les moindres carrés généralisés en supposant que les erreurs suivent un certain processus ARMA, e.g.

$$\eta_t = \rho_1 \eta_{t-1} + \rho_2 \eta_{t-2} + \varepsilon_t\,. \tag{3.4}$$

On peut alors estimer conjointement les coefficients ρ_i et β_j,et appliquer un test de type Fisher sur le modèle corrigé pour l'autocorrélation.

4. Notes bibliographiques

Le lecteur trouvera plus de détails sur les tests de causalité dans Pierce et Haugh (1977, 1979), Feige et Pearce (1979), Nelson et Schwert (1982), Newbold (1982), Geweke (1984), Gouriéroux et Monfort (1990, Chapter X) and Lütkepohl (1991).

Références

Durbin, J. (1970), 'Testing for serial correlation in least-squares regression when some of the regressors are lagged dependent variables', *Econometrica* **38**, 410–421.

Feige, E. L. et Pearce, D. K. (1979), 'The casual causal relationship between money and income : Some caveats for time series analysis', *Review of Economics and Statistics* **61**, 521–533.

Geweke, J. (1984), Inference and causality in economic time series, *in* Z. Griliches et M. D. Intrilligator, eds, 'Handbook of Econometrics, Volume 2', North-Holland, Amsterdam, pp. 1102–1144.

Gouriéroux, C. et Monfort, A. (1990), *Séries temporelles et modèles dynamiques*, Economica, Paris.

Haugh, L. D. (1976), 'Checking the independence of two covariance-stationary time series : A univariate residual cross-correlation approach', *Journal of the American Statistical Association* **71**, 378–385.

Lütkepohl, H. (1991), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin.

Mehra, Y. P. (1977), 'Money, wages, prices and causality', *Journal of Political Economy* **85**(6), 1227–1244.

Nelson, C. R. et Schwert, G. W. (1982), 'Tests for predictive relationships between time series variables : A Monte Carlo investigation', *Journal of the American Statistical Association* **77**, 11–18.

Newbold, P. (1982), Causality testing in economics, *in* O. D. Anderson, ed., 'Time Series Analysis : Theory and Practice 1', North-Holland, Amsterdam.

Pierce, D. A. (1977), 'Relationships – and the lack thereof – between economic time series, with special reference to money and interest rates', *Journal of the American Statistical Association* **72**, 11–22. Comments and rejoinder, 22-26.

Pierce, D. A. et Haugh, L. D. (1977), 'Causality in temporal systems : Characterizations and survey', *Journal of Econometrics* **5**, 265–293.

Pierce, D. A. et Haugh, L. D. (1979), 'The characterization of instantaneous causality, a comment', *Journal of Econometrics* **10**, 257–259.

Sargent, T. J. (1976), 'A classical macroeconometric model of the United States', *Journal of Political Economy* **84**(2), 207–237.

Sims, C. (1972), 'Money, income and causality', *American Economic Review* **540-552**, 540–552.